令和２年度
大学院融合理工学府博士前期課程　学力検査問題
(先進理化学専攻・物理学コース)

専門科目 (１)(物理学)

試験時間　１２０分

注意事項

1. 監督者から解答を始めるように合図があるまでは冊子を開かないこと。

2. 問題は全部で４ページある。

3. 問題 I, II の両方に解答すること。

4. 問題 I, II でそれぞれ別の解答用紙を使用すること。１枚の解答用紙に複数の問題を解答してはいけない。また，問題 I, II のそれぞれについて１枚以上の解答用紙を提出すること。

5. 全ての解答用紙の所定欄に，問題番号と受験番号を記入すること（氏名を記入してはいけない）。

6. 別途配布する草稿用紙は回収しない。

I

1. 微分方程式

$$\ddot{x}(t) = -\omega_0^2 x(t) - 2\mu\dot{x}(t) + f\cos\omega t$$

は，物理現象を近似的にあらわしたものとしてよく現れる。この方程式の解について考えよう。ただし $\omega, \omega_0, \mu > 0$，$f \geq 0$ とする。

まず，$f = 0$ の場合を考える。

(1) $x(t) = Ce^{\lambda t}$ がこの方程式を満たすように λ を決めなさい。

(2) 初期条件を時刻 $t = 0$ で $x(t) = 0$，$\dot{x}(t) = v_0$ とする。$\mu > \omega_0$ と $\mu < \omega_0$ の場合に，それぞれ解を求めなさい。ただし解答に負の数の平方根や虚数単位は用いないこと。

次に，$f \neq 0$ の場合を考える。

(3) $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$（ただし $A \geq 0, -\pi \leq \phi < \pi$）がこの方程式の解になるように A，$\tan\phi$ を求めなさい。

(4) $\omega_0 > \sqrt{2}\mu$ の場合に A を最大にする ω の値と、そのときの A の値を求めなさい。また $\omega_0 = 2\mu$ の場合に A の概形を，縦軸を A，横軸を ω として図示しなさい。

2. 質量 m，電荷 q（$q>0$）をもつ荷電粒子の一様な静電磁場中での運動を調べよう。3 次元直交座標系での荷電粒子の時刻 t での x，y，z 座標を $x(t)$，$y(t)$，$z(t)$ とする。

まず，大きさ B の磁場が $+z$ 方向に作用していて，電場はない場合を考える。

(1) x，y，z 方向の運動方程式を書きなさい。

(2) 荷電粒子を時刻 $t=0$ に原点から $+y$ 方向に向かって速さ v_0 で打ち出した。その後の荷電粒子の位置 $x(t)$，$y(t)$，$z(t)$ を時刻 t の関数として求めなさい。ただし解答に負の数の平方根や虚数単位は用いないこと。

(3) 前問で求めた運動の周期を求めなさい。

次に，大きさ E の電場が $+y$ 方向，大きさ B の磁場が $+z$ 方向に作用している場合を考える。

(4) x，y，z 方向の運動方程式を書きなさい。

(5) 荷電粒子を時刻 $t=0$ に原点から $+y$ 方向に向かって速さ v_0 で打ち出した。その後の荷電粒子の位置 $x(t)$，$y(t)$，$z(t)$ を時刻 t の関数として求めなさい。ただし解答に負の数の平方根や虚数単位は用いないこと。

(6) 荷電粒子の軌跡の大まかな様子を xy 平面内で描きなさい。交点の座標値などを求めて図に記入する必要はない。

II

1. 図のように半径 a の導体球と，内半径 b，外半径 c $(a < b < c)$ の中心を同じくする導体球殻が真空中にある。内球を接地し，外球殻に正の電荷 Q を与えると，内球に電荷 Q' が誘起された。真空中での誘電率を ε_0，中心からの距離を r とするとき，以下の問いに答えなさい。ただし，電場の向きは中心から広がる向きを正とし，無限遠点での電位を 0 とする。

問 (6)，問 (9) および問 (11) 以外の問題では Q' を用いて答えなさい。また，問 (7)，(8)，(12)，(13) の図を描く問題では $r = a, b, c$ における電場や電位の値も図中に明示しなさい。

(1) $r > c$ での電場を求めなさい。

(2) $a < r < b$ での電場を求めなさい。

(3) $r > c$ での電位を求めなさい。

(4) $a < r < b$ での電位を求めなさい。

(5) この系が持つ静電エネルギーを求めなさい。

(6) 内球に誘起された電荷 Q' を求めなさい。

(7) 電場を中心からの距離 r の関数として図示しなさい。

(8) 電位を中心からの距離 r の関数として図示しなさい。

次に，内球の接地を外し，外球を接地した。この過程では内球に誘起されていた電荷 Q' は変化しなかった。以下の問いに答えなさい。

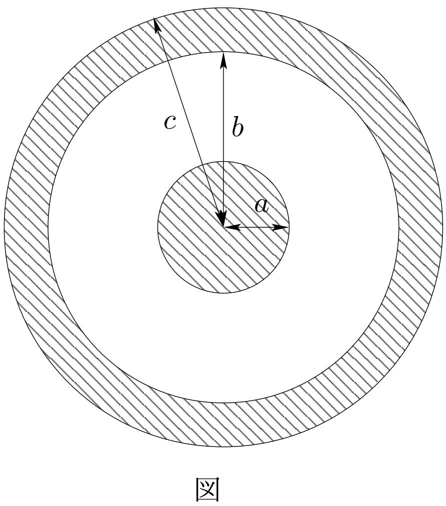
(9) $r > c$ での電場を求めなさい。

(10) $a < r < b$ での電位を Q' を用いて表しなさい。

(11) 導体球と導体球殻の間の静電容量を求めなさい。

(12) 電場を中心からの距離 r の関数として図示しなさい。

(13) 電位を中心からの距離 r の関数として図示しなさい。



図

2. 真空中での透磁率を μ_0 とするとき，以下の問いに答えなさい。

無限に長い直線状の導線が真空中にある。この導線に電流 I を流した。

(1) 導線からの距離が r の点における磁束密度 $\vec{B}$ の大きさを求めなさい。

この無限に長い直線状の導線 2 本が間隔 d で真空中に平行に並んでいる。導線 1 を z 軸上におき，導線 2 をデカルト座標 $(d,\,0,\,0)$ を通り z 軸に平行になるようにおいた (ただし $d>0$)。導線 1 に電流 I_1，導線 2 に電流 I_2 を z 軸の正の向きに流した。

(2) 導線 2 にはたらく単位長さあたりの力の大きさと向きを求めなさい。

真空中に無限に長い直線状の導線が z 軸上におかれている。この導線に電流 I が z 軸の正の向きに流れているときに生じている磁束密度 $\vec{B}$ を求めるために，まず長さ $2L$ の線分からの寄与を求める。この線分の端点をデカルト座標 $(0,\,0,\,-L)$，$(0,\,0,\,L)$ にとる。

(3) この $2L$ の長さの導線がデカルト座標 $(r,\,0,\,z)$ に作る磁束密度 $\vec{B}$ の大きさを求めなさい。

(4) $L\to\infty$ のときの磁束密度 $\vec{B}$ の大きさが問 (1) の答えと同じになることを示しなさい。